

**ANALYSE NUMERIQUE ELEMENTAIRE**  
**Examen Septembre 1998 (3 Heures).**

1. Quels sont les avantages de la méthode de Newton sur la Dichotomie? Quels sont les avantages de la Dichotomie sur la méthode de Newton?
2. Soit l'équation du second degré :  $x^2 - 1634x + 2 = 0$ .
  - (a) En faisant et en **explicitant** les calculs avec 10 chiffres significatifs, résolvez cette équation par les formules habituelles et vérifiez que l'on a perdu 5 chiffres significatifs sur l'une des 2 solutions.
  - (b) Expliquez la raison de cette perte de précision et proposez une meilleure façon de faire les calculs en précisant bien ce qu'il y a de meilleur dans votre méthode.
3. Soit  $f : [0, T] \times R \rightarrow R$  de classe  $C^\infty$ . Soit  $a \in R$ . On considère l'équation différentielle  $(E)$  sur  $[0, T]$  :

$$(E) \begin{cases} y' = f(t, y) \\ y(0) = a \end{cases}$$

On discrétise  $[0, T]$  avec un pas constant  $h$  :  $0 = t_0 < t_1 = h < \dots < t_N = Nh = T$ . On considère les schémas de résolution de  $(E)$  suivants notés  $(M)$  :

$$(M) : y_{n+1} = \alpha y_{n-1} + \beta y_n + h(\lambda f_{n-1} + \mu f_n + \nu f_{n+1})$$

avec  $f_n = f(t_n, y_n)$ .

Est-il possible de trouver des valeurs de  $(\alpha, \beta, \lambda, \mu, \nu)$  pour que  $(M)$  soit :

- (a) le schéma d'Euler? le schéma d'Euler rétrograde? le schéma prédicteur correcteur? le schéma implicite centré?  
Ecrire les conditions nécessaires et suffisantes sur  $(\alpha, \beta, \lambda, \mu, \nu)$  pour que le schéma soit :
- (b) explicite
- (c) à 1 pas
- (d) d'ordre au moins 1 (respectivement d'ordre au moins 2, 3 ou 4).
- (e) Démontrez qu'il existe une seule méthode  $(M)$  d'ordre au moins 4 et explicitiez la.